

承诺书

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

2013 高教社杯全国大学生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评阅人										
评分										
备注										

全国统一编号（由赛区组委会送交全国前编号）：

全国评阅编号（由全国组委会评阅前进行编号）：

车道被占用对城市道路通行能力的影响

摘要

车道被占用是指因交通事故、路边停车、占道施工等因素，导致车道或道路横断面通行能力在单位时间内降低的现象。本文考虑了因交通事故，车道被占用而降低通行能力的情形。题目要求通过建立数学模型，描述视频 1 中事故所处横断面的实际通行能力的变化过程，并根据问题 1 的结论，结合视频 2，分析出同一断面交通事故所占用不同车道对该横断面实际通行能力影响的差异，然后分析视频 1 中同一横断面交通事故所影响的路段车辆排队长度与事故横断面实际通行能力、事故持续时间、路段上游车流量间的关系，最后根据问题 4 的具体数据来论证问题 3 中的模型的可行性。本文的主要成果如下：

首先，依据视频 1，我们采集了数据，进行数据整合，分析了交通事故发生到撤离期间，事故所处横断面实际通行能力的变化过程。通过数据分析，将视频 1 分成了几个不同的交通状况阶段来描述，并绘出了事故所处断面的各种车型以及将各种车型统一化为标准车的实际通行能力的变化曲线。在交通事故发生后，事故所处断面实际通行能力在不同时间段会有明显的不同。事故发生十多秒后，道路的实际通行能力骤降；然后，实际通行能力在一定的范围内连续波动；最后，实际通行能力以较低的状态持续到撤离结束。

其次，如果单纯地考虑每条车道的通车比例，难以准确的判断出同一横断面因交通事故占用车道不同而引起的对实际通行能力影响的差异。为了更加明确地分析该差异，必须对数据进行有效的处理，通过建立实际通行能力的算术平均值和方差的数学模型，讨论了同一横断面交通事故占用车道不同对实际通行能力影响的差异。我们得出：占用车道一和车道二时的事故所处横断面的实际通行能力要比占用车道二、车道三的事故所处横断面的实际通行能力明显的强。我们还通过视频 1 与视频 2 的实际通行能力的比较，得到了同样的结果。

第三，为了建立模型，我们分析了交通事故所影响的路段车辆排队长度与事故横断面实际通行能力、事故持续时间、路段上游车流量之间的关系，运用车流波动的理论讨论了事故发生路段车辆排队的形成过程，并推导出估算排队长度的公式。然后利用模型分析了视频 1 中相应量满足的函数关系如下：

$$L_a(t) = y(t) = \begin{cases} 1.06t & 0 \leq t \leq 0.32 \\ 8.73\sqrt{t-0.31} - 42.63(t-0.31) & t \geq 0.32 \end{cases}$$

经检验，与实际情况非常接近。

最后，对问题 3 中所得的排队长度与时间的函数进行适当的修正后，估算出当视频 1 中交通事故所处横断面距离上游路口变为 140m，路段上游车流量为 1500pcu/h，但事故持续不撤离时，经过 242s，车辆排队长度将到达上游路口。

关键词：实际通行能力;交通事故;瓶颈;排队长度;交通流;波动理论

一、问题重述

车道被占用是指因交通事故、路边停车、占道施工等因素，导致车道或道路横断面通行能力在单位时间内降低的现象。由于城市道路具有交通流密度大、连续性强等特点，一条车道被占用，也可能降低路段所有车道的通行能力，即使时间短，也可能引起车辆排队，出现交通阻塞。如处理不当，甚至出现区域性拥堵。

车道被占用的情况种类繁多、复杂，正确估算车道被占用对城市道路通行能力的影响程度，将为交通管理部门正确引导车辆行驶、审批占道施工、设计道路渠化方案、设置路边停车位和设置非港湾式公交车站等提供理论依据。

视频 1 和视频 2 中的两个交通事故处于同一路段的同一横断面，且完全占用两条车道。请研究以下问题：

1. 根据视频 1，描述视频中交通事故发生至撤离期间，事故所处横断面实际通行能力的变化过程。
2. 根据问题 1 所得结论，结合视频 2，分析说明同一横断面交通事故所占车道不同对该横断面实际通行能力影响的差异。
3. 构建数学模型，分析视频 1 中交通事故所影响的路段车辆排队长度与事故横断面实际通行能力、事故持续时间、路段上游车流量间的关系。
4. 假如视频 1 中的交通事故所处横断面距离上游路口变为 140 米，路段下游方向需求不变，路段上游车流量为 1500pcu/h，事故发生时车辆初始排队长度为零，且事故持续不撤离。请估算，从事故发生开始，经过多长时间，车辆排队长度将到达上游路口。

二、问题分析

2.1 题目分析

车道被占用是指因交通事故、路边停车、占道施工等因素，导致车道或道路横断面通行能力在单位时间内降低的现象。本文考虑了因交通事故，车道被占用而降低通行能力的情形。我们根据视频 1，统计出单位时间内通过事故所处横断面的车辆数（将各种车型统一化为标准车），从而得出不同时间段内标准车型的当量数的变化。题目要求通过建立数学模型讨论方式，描述视频 1 中事故所处横断面的实际通行能力的变化过程，并根据问题 1 的结论，结合视频 2，分析出同一断面交通事故所占用不同车道对该横断面实际通行能力影响的差异，然后分析视频 1 中同一横断面交通事故所影响的路段车辆排队长度与事故横断面实际通行能力、事故持续时间、路段上游车流量间的关系，最后根据问题 4 的具体数据来论证问题 3 中的模型的可行性。

2.2 问题的解决思路

首先，需要就视频 1，统计并整合关于交通事故所处横断面的实际通行能力的的数据。通过数据分析，将视频 1 分成了几个不同的交通状况阶段来描述。为了清晰呈现，根据采集及处理的数据，用 MATLAB 及 EXCEL 绘出了事故所处断面的各种车型实际通行能力的变化曲线，以及将各种车型统一化为标准车的实际通行能力的变化曲线，然后通过所绘制的图形，描述出交通事故所处横断面实际通行能力的变化过程。

其次，如果单纯地考虑每条车道的通车比例，难以准确的判断出同一横断面因交通事故占用车道不同而引起的对实际通行能力影响的差异。为了更加明确地分析该差异，必须对数据进行有效的处理，通过建立实际通行能力的算术平均值和方差的数学模型，

讨论了同一横断面交通事故占用车道不同对实际通行能力影响的差异。我们得出：占用车道一和车道二时的事故所处横断面的实际通行能力要比占用车道二、车道三的事故所处横断面的实际通行能力明显的强。我们还通过视频 1 与视频 2 的实际通行能力的比较，得到了同样的结果。

第三，为了建立模型，我们用交通流波动理论，分析了交通事故所影响的路段车辆排队长度与事故横断面实际通行能力、事故持续时间、路段上游车流量之间的关系，推导出估算排队长度的公式。然后利用模型分析了视频 1 中相应量的关系，经检验，与实际情况非常接近。

最后，依据问题 3 中所得的模型，当视频 1 中交通事故所处横断面距离上游路口变为 140 米，但事故持续不撤离时，估算出经过 242 s，车辆排队长度将到达上游路口。

三、 模型假设

假设 1：交通事故发生前交通状况处于非拥挤状态；

假设 2：不考虑交通事故发生路段车道变换对上游到达流量的影响；

假设 3：交通流不受进出匝道交通的合流、分流及交织的影响；

假设 4：假设视频的截取对数据采集没有影响。

四、 符号说明

TC ：实际通行能力

$average\ x$ ：实际车流量的平均值

$var\ x$ ：实际通行能力的方差

t_1 ：事故持续时间

q_1 ：上游车流量

s_1 ：瓶颈点的通行能力

$L_{a1}(t)$ ：车辆在事故点上游行驶的长度，

$L_a(t)$ ：车辆的排队长度，

L_{as} ：瓶颈段距路段起点的距离，

t_B ：临界排队时间

k_1 ：上游车流密度

k_{s1} ：瓶颈段车流密度

v_j ：自由流车速

k_j : 堵塞密度

t_m : 最大排队长度所对应的时刻

y_m : 最大排队长度

五、数据处理、模型建立与求解

5.1 任务 1 的解决：根据视频 1（附件 1），描述视频中交通事故发生至撤离期间,事故所处横断面实际通行能力的变化过程。

为了分析视频 1 中交通事故发生到撤离期间，事故所处横断面实际通行能力的变化过程，我们统计了视频 1 中的交通事故发生到撤离事故所处横断面在各个时间段的交通量，利用画面定格、定格车辆数值分析并整理的方法，将视频 1 分出了几个不同的交通状况阶段来分析，把各种车型换算成了标准车型，绘制出了事故所处断面各种车型及标准车型的实际通行能力的变化曲线(图 1、图 2)，并将分析后的数据进行整合。

5.1.1 实际通行能力的定义及计算公式

实际通行能力是指是现实条件道路上的最大交通量。

$$TC(traffic\ capacity) = \frac{n}{t} = vd$$

n 为通过车辆数， t 是时间， v 为车辆平均速度， d 是道路宽度

5.1.2 不同车型转化为标准车的折算系数如下：

对不同类型的车辆的折算系数参考《城市道路工程设计规范（CJJ37-2012）》规定

表 1 不同车辆的折算系数表

小型客车	1.0	额定座位≤19 座	
大型客车	1.5	额定座位>19 座	
摩托车	0.4-0.6		包括轻骑、载货摩托车及载货机动三轮车等

5.1.3 视频 1 事故所处横断面不同时刻不同车型的数据统计及实际通过车量的数据处理

依据视频 1，我们以每分钟为单位长度，统计出了事故发生前到撤离期间不同车型通过事故所处横断面的车辆数，并依据表 1 中的折算系数，将不同车型转化为标准车型，计算出了每小时的实际标准车当量数。如表 2 所示：

表 2 视频 1 事故所处横断面不同时刻不同车型的统计表

	时间	大型车	小型车	电瓶车	实际通车情况 (pcu/min)	实际通车情况 (pcu/h)
事故发生前	39	2	13	3	17.5	1050
	40	0	12	10	17	1020
	41	2	14	3	18.5	1110
事故发生中	42	2	8	3	12.5	750
	43	3.5	14	3	20.75	1245
	44	1.5	17	6	22.25	1335
	45	0	16	5	18.5	1110
	46	1	17	4	20.5	1230
	47	0	16	6	19	1140
	48	1	20	3	23	1380
	49	0	19	5	21.5	1290
	50	1	6	5	10	600
	51	0	20	5	22.5	1350
	52	1	15	0	16.5	990
	53	1	17	0	18.5	1110
	54	1	15	2	17.5	1050
	55	1	17	8	22.5	1350
	56	0	10	2	11	660
	57	0	0	0	0	0
	58	1	6	5	10	600
	59	1	8	3	11	660
	0	0	9	2	10	600
事故发生后	1	0	9	5	11.5	690
	2	3	22	2	27.5	1650

5.1.4 依据表 2 的数据，运用 matlab 将其绘制如下：

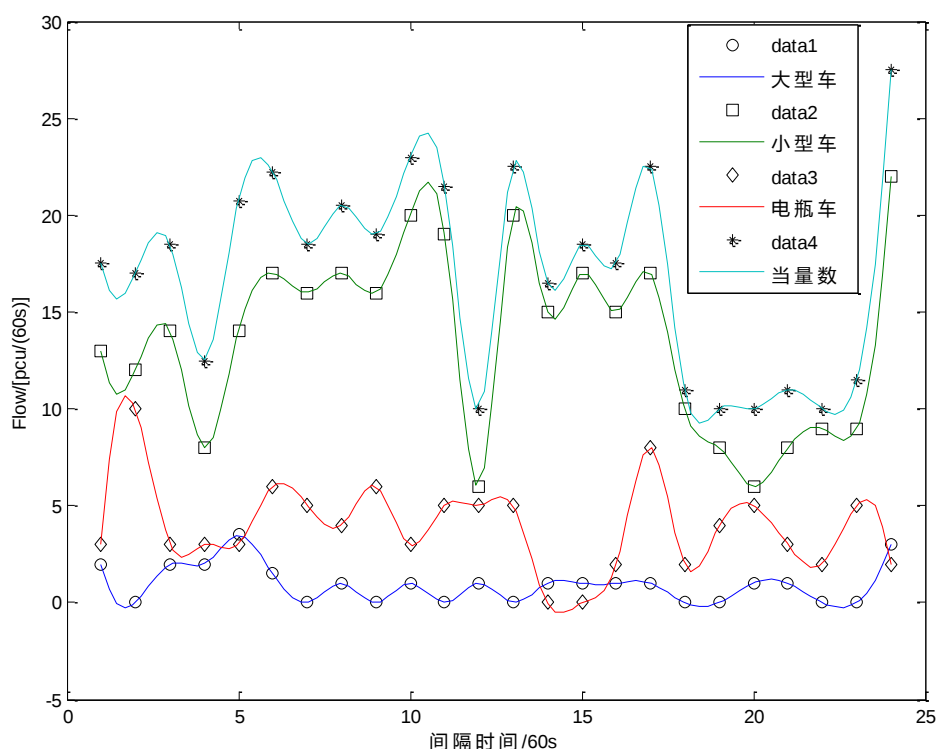


图 1 视频 1 事故所处断面的实际通行能力的变化曲线

视频 1 所显示的交通事故是在 16:42:08 与 16:42:32 之间发生的，因此假设事故发生的具体时间为 16:42:20。在 16:42:32 即交通事故发生 12 秒后，道路实际通行能力急剧下降为 750pcu/h，此时车辆以较低的速度通过事故所处横断面，出现了第一次短暂的拥堵，但交通事故所处横断面的实际通行能力尚能满足上游车辆的通行需求，没有形成明显的车辆拥挤排队状况，只有少量车辆滞留。从 16:42:46 到 16:47:50 的五分钟之内，道路交通处于正常通行状态，以较正常的车速通过事故所处横断面。在 16:47:50 与 16:51:44 之间的四分钟内，出现了第二次、第三次及第四次拥堵，分别在 16:47:50、16:50:42、16:51:44，这几次拥堵情形大致相同，通行能力基本一致，分别为 1230 pcu/h、1380 pcu/h、1290 pcu/h，在上游形成车辆的排队，但车辆还是以较低的速度通过事故所处横断面。16:51:44 到 16:52:46，道路较为通顺。第五次拥堵出现在 16:52:46，实际通行能力急剧下降，将为 600 pcu/h，此次拥堵很严重，出现了明显的车辆排队现象。16:52:46 到 16:54:04，通行状况良好。从 16:54:04 到 17:01:21，交通堵塞状况呈现恶化趋势，拥堵是最为严重的且是持续的，此时段内事故所处横断面的通行能力远远不能满足上游车辆的通行需求，实际通行能力为 620pcu/h，此时段的拥堵使得上游车辆排队非常严重，排队长度长达 120 米。之后，排队车辆逐渐消散，车流以正常的通行速度前进，整个路段恢复到事故发生之前的正常通行状态。

由图 1 所示曲线，易见小型车的实际通行能力与标准车型的通行能力基本吻合，这与视频 1 中路面上通行车辆以小型车为主的情形一致，能够很好地反映事故所处断面的实际道路状况。在交通事故发生后，事发路段因交通能力降低而成为交通瓶颈，事故所处断面实际通行能力在不同时间段会有明显的不同。事故发生十多秒后，道路的实际通行能力骤降；然后，实际通行能力在一定的范围内连续波动；最后，实际通行能力以较低的状态持续到撤离结束。

5.2 任务 2 的解决：根据问题 1 所得结论，结合视频 2（附件 2），分析说明同一横断面交通事故所占车道不同对该横断面实际通行能力影响的差异

采用类似任务 1 的处理方法（不再赘述），我们绘制了视频 2 中的事故所处断面各种车型以及将各种车型转化为标准车型的实际通行能力的变化曲线(图 2)，描述了车道一和车道二同时被占用时，事故所处横断面实际通行能力的变化过程。为了对比出同一横断面因交通事故占用车道不同而引起的实际通行能力的差异，我们通过建立事故所处横断面实际通行能力的算术平均值和方差的数学模型，对视频 1 与视频 2 标准车型的实际通行能力进行对比，得出同一横断面交通事故所占车道不同对该断面实际通行能力的影响有明显差异。

5.2.1 视频 2 事故所处横断面不同时刻不同车型的数据统计及实际通过车量的数据处理

依据视频 2，以每分钟为单位长度，统计了事故发生前到撤离期间不同车型通过事故所处横断面的车辆数（方法同上），并依据表一中的折算系数，将不同车型转化为标准车型，计算出了每小时的实际标准当量数。

表 3 视频 2 事故所处横断面不同时刻不同车型的数据统计表

	时间	大型车	小型车	电瓶车	实际通车情况 (pcu/min)	实际通车情况 (pcu/min)
事故发生前	29	0	18	6	21	1260
	30	1	22	6	26.5	1590
	34	2	10	2	14	840
事故发生中	35	3	23	4	29.5	1770
	36	1	15	6	19.5	1170
	37	4	19	4	27	1620
	38	1	20	8	25.5	1530
	39	3	16	4	22.5	1350
	40	2	16	8	23	1380
	41	1	19	4	22.5	1350
	42	1	23	7	28	1680
	43	2	18	8	25	1500
	44	1	14	4	17.5	1050
	45	0	19	8	23	1380
	46	2	18	3	22.5	1350
	47	3	11	8	19.5	1170
	48	2	17	8	24	1440
	49	2	22	4	27	1620
	50	1	20	5	24	1440
	51	1	19	3	22	1320
	52	1	17	13	25	1500
	53	2	16	13	25.5	1530
	54	1	21	3	24	1440
	55	2	18	10	26	1560
	56	4	15	14	28	1680
	57	2	17	3	21.5	1290
	58	2	15	2	19	1140
	59	3	13	5	20	1200
	0	2	17	4	22	1320
	1	2	18	4	23	1380
	2	1	20	2	22.5	1350
事故发生后	3	6	33	5	44.5	2670

5.2.2 依据表 3 的统计数据及处理的数据，运用 matlab 将其绘制如下：

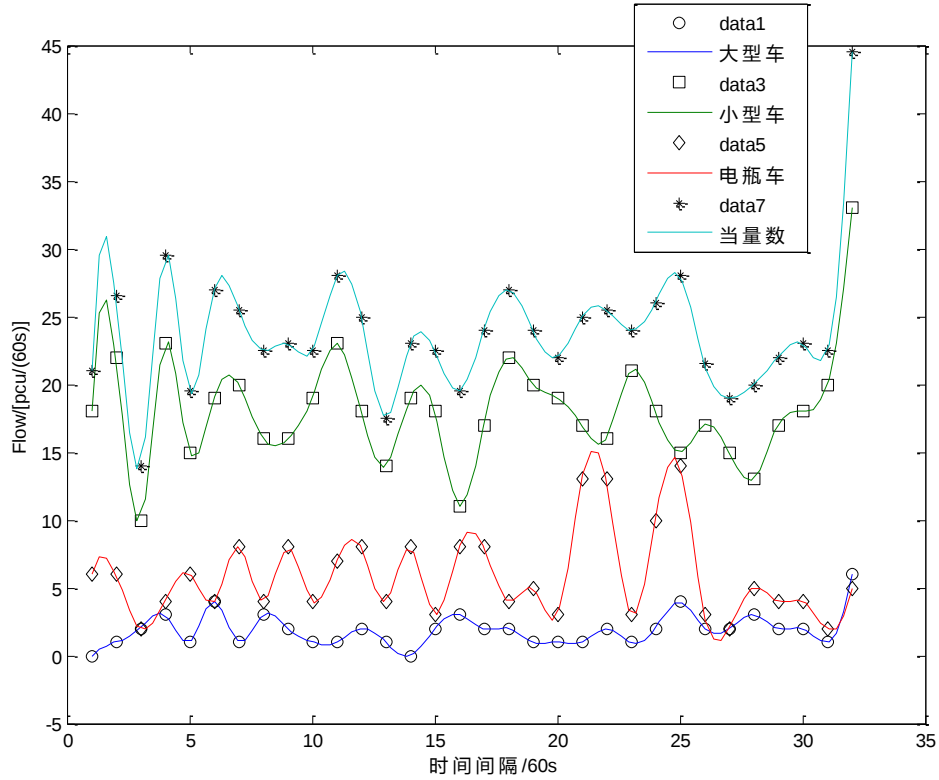


图 2 视频 2 中事故所处断面的实际通行能力的变化曲线

视频 2 中显示交通事故在 17:34:07 与 17:34:17 之间发生的, 因此我们假设交通事故发生时间为 17:34:12。交通事故发生后, 在 17:34:17 时, 交通事故发生横断面只剩车道三可供车辆通过, 尽管事发路段存在通行能力瓶颈, 但没有造成交通拥挤, 说明实际通行能力能满足上游车辆的需求。从 17:34:17 到 17:41:45 的七分钟内, 车道内无拥堵现象, 全程车流畅通。在 17:41:45, 出现了明显的交通拥堵, 此时实际通行能力为 1350 pcu/h, 表明通行能力已不能满足上游车辆的需求。从 17:41:45 到 17:50:04 的九分钟内, 道路交通处于较为通顺状态, 以较正常的车速通过交通事故所处横断面。从 17:50:04 开始, 道路出现拥堵, 且拥堵情况在不断加剧, 实际通行能力从 1440 pcu/h 下降到 17:50:48 的 1320 pcu/h, 出现了比较严重的拥堵, 车辆拥堵长度长达 100 米。从 17:51:50 到 18:03:40 的十二分钟内, 交通堵塞状况呈现恶化趋势, 拥堵是比较严重的且是持续的, 此时段内事故所处横断面的通行能力远远不能满足上游车辆的通行需求, 平均实际通行能力为 1392pcu/h, 此时段的拥堵使得上游车辆排队比较严重。之后, 排队车辆逐渐消散, 车流以正常的通行速度前进, 整个路段恢复到事故发生之前的正常通行状态。

5.2.3 交通事故所处横断面实际通行能力的算术平均值

设 $average\ x$ 为不同时间段内实际车流量的平均值, 则得到如式 (1) 所示均值函数 [1-5]。

$$average\ x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i \quad (1)$$

依据表 2、表 3 中统计的数据，利用公式（1）得出事故发生前、中、后的平均实际车流量。

表 4 视频 1、视频 2 事故发生前、中、后的平均实际车流量统计表

视频 1 数据处理	事故前平均实际通行能力 (pcu/h)	982.5
	事故中平均实际通行能力 (pcu/h)	983.33
	事故后平均实际通行能力 (pcu/h)	1170
视频 2 数据处理	事故前平均实际通行能力 (pcu/h)	1425
	事故中平均实际通行能力 (pcu/h)	1391.38
	事故后平均实际通行能力 (pcu/h)	2670

事故发生前、中、后的平均实际通行能力是对通行能力的总体评价，可以在一定的程度上反映出交通事故对该横断面实际通行能力的影响。通过表 4 可见，同一横断面交通事故所占车道不同对该横断面实际通行能力的影响有明显的差异，视频 1 中的平均实际通行能力远小于视频 2 中的平均实际通行能力，说明视频 2 的实际通行能力优于视频 1 的实际通行能力。

5.2.4 交通事故所处横断面实际通行能力的方差

设 $\text{var } x$ 为交通事故所处横断面实际通行能力的方差，则得到如下方差函数：

$$\text{var } x = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2)$$

依据表 2、表 3 和表 4 中统计的数据，利用公式（2）得出实际通行能力的方差如下表：

表 5 视频 1、视频 2 实际通行能力的方差统计表

视频 1	实际通行能力的方差	40.05
视频 2	实际通行能力的方差	11.49

实际通行能力的方差是实际通行能力与实际平均通行能力之差平方和的期望值。实际通行能力的方差是实际通行能力偏离中心的程度，用来衡量实际通行能力波动的大小程度。方差越大，说明数据的波动越大，越不稳定。反之，说明数据的波动越小，越稳定。从表 5 可见，视频 2 中的实际通行能力的方差远小于视频 1 的实际通行能力的方差，可得视频 2 的实际通行能力水平更加稳定，说明视频 2 中的实际通行能力更加乐观。

5.2.5 视频 1 与视频 2 标准车型的实际通行能力的对比

5.2.5.1 视频 1 与视频 2 中事故所处断面通行能力对比的变化曲线

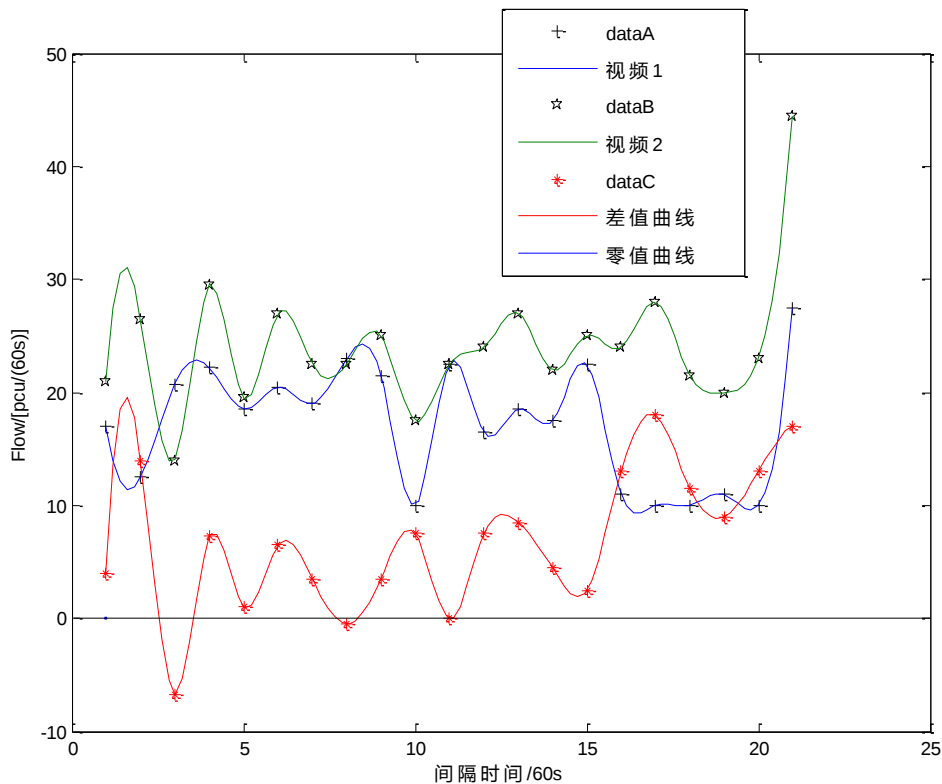


图 3 所占车道的不同对实际通行能力影响的差异的曲线

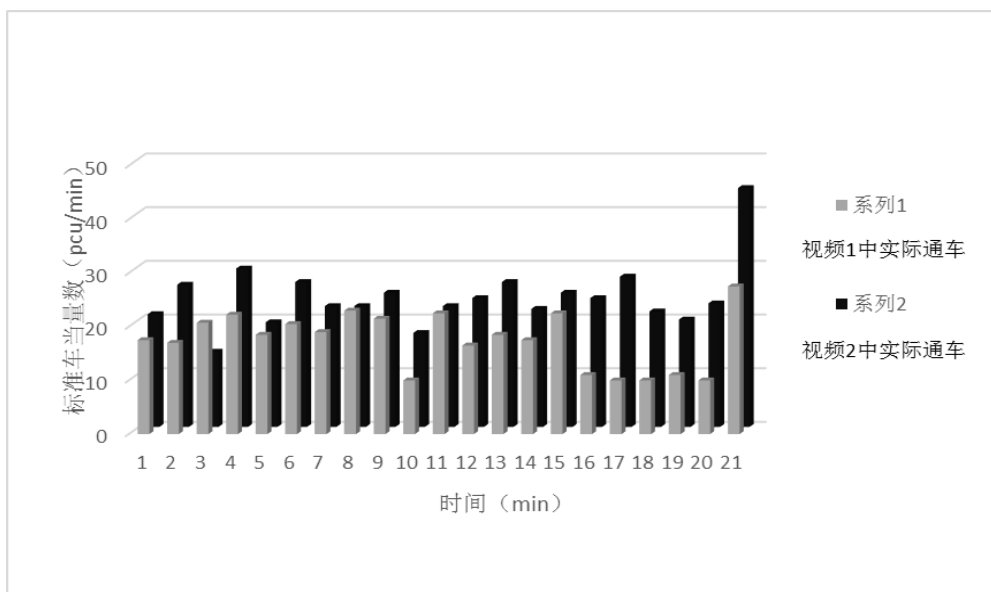


图 4、视频 1 与视频 2 中事故实际通行能力对比的柱状图

图 3 和图 4 反映了视频 1 与视频 2 的实际通行能力的差异。可见，无论占用车道一、车道二还是车道二、车道三，曲线和柱状图的反映的情况基本一致。从曲线图 3 明显可见视频 1 的曲线整体低于视频 2 的曲线，由此表明同一横断面交通事故占用车道一、车道二比占用车道二、车道三的实际通行能力大。由柱状图 4 得同样结论，说明我们的分析是合理的。

由附件 3 可知，车道一、车道二、车道三的车流量分别占总车流量的 21%、44%和 35%。也就是说当占用车道一、车道二时车道中的 65%的车辆要汇入占总车流量 35%的

3 车道上。而当占用车道二、车道三时，车道二、车道三中的 79%的车辆要汇入到只占总车流量的 21%的一车道上。很明显占用车道一和车道二时的事故所处横断面的实际通行能力要比占用车道二、车道三的事故所处横断面的实际通行能力强，更能够快速有效地疏通事故所处横断面的车流量，车辆可以以较快的速度通过事故所处横断面。

综上所述，视频 1 与视频 2 在同一横断面交通事故所占车道不同对该横断面实际通行能力的影响有明显的差异，且视频 1 的实际通行能力远低于视频 2 实际通行能力。

5.3 任务 3 的解决：构建数学模型，分析视频 1 中交通事故所影响的路段车辆排队长度与事故横断面实际通行能力、事故持续时间、路段上游车流量间的关系

5.3.1 初步分析

城市道路上一旦发生交通事故，就可能会堵塞部分车道甚至完全切断交通，此时事故发生路段就会出现车辆停车或排队向上游延伸的状况，甚至使若干进口匝道也严重堵塞。如果采用传统的排队论理论单纯使用需求流量与通行能力的关系推算排队长度，由于未考虑车流波动的影响，从而使估算结果与实际出入很大。我们采用车流波动的理论分析发生交通事故后路段上车辆排队的形成与消散过程，并推导出估算排队长度的公式。

由于事故横断面实际通行能力和路段上游车流量都是随时间而变化的量，并且对于特定的模型来说，事故持续时间本身也就是一个时间常数，为了分析视频 1 中交通事故所影响的路段车辆排队长度与事故横断面实际通行能力、事故持续时间、路段上游车流量间的关系，我们采用车流波动理论推导出瓶颈处的车辆排队长度随时间变化的公式。

5.3.2 采集数据

1. 事故横断面实际通行能力

对于视频 1，我们在问题 1 中已经定性地描述了交通事故从发生到撤离期间，事故所处横断面实际通行能力随时间的变化过程，并且采集并折算出了视频 1 中每 60s 时间段内通过事故所处横断面的标准车辆数，整理的数据如上表 2 所示。

2. 事故持续时间

一般事故持续时间的定义是指从交通异常产生到交通流状态恢复正常所需的时间。它由四个阶段构成，第一阶段是确认阶段，即从交通异常事件产生到交通管理系统检测并确认事件；第二阶段是响应阶段，即从确认事件到救援车辆到达事发现场；第三阶段是清除阶段，即从救援车辆到达清理完毕离开现场；第四阶段是交通流恢复阶段，即从事件清除到排队完全消散，交通流恢复正常。这里的事故持续时间是指前三个阶段的总时间，也可称为事故清除时间。

观看视频 1 的过程中我们发现，该交通事故产生的时间在 16:42:09 到 16:42:32 之间，并且可以明显的看出 16:42:32 时事发路段已经产生了轻微的拥堵现象，因此我们可以认定交通事故产生的时刻更靠近前者，并且推断出事故产生的大概时间为 16:42:15。清除阶段结束，即事发和救援车辆离开现场的时间在 17:00:07 到 17:01:21，在不考虑清除过程对事发路段车流通行能力的影响的前提下，通过对比前后两定格的视频画面后不难发现，后者道路的拥挤状况还比较严重，车辆排队的长度也比较的长，可以断定事故清除阶段结束的时刻更靠近后者，由此推断出清除结束的大概时间为 17:01:05。

我们假设该事故持续时间为 t_1 ，由以上的分析可知，
 $t_1=17:01:05-16:42:15=1130\text{ s}=18.8\text{ min}$ 。

3. 路段上游的车流量

为了得到事发路段上游的需求流量，我们统计了视频 1 中每 60s 内通过上游路口各车道的各类车的数量，并把这些统计数据换算成标准车当量数，统计结果如下表 6 所示：
 [注：由于视频 1 从 16:56 开始出现了不同程度的画面停滞或间断状况，我们对这些时间段内车流量不予统计]

表 6 视频 1 事发路段上游车流量统计表

		车道一			车道二			车道三			上游路口
状态	时间	大型车	小型车	当量数	大型车	小型车	当量数	大型车	小型车	当量数	总标准当量数
堵车前	16:39	0	0	0	0	3	3	1	4	5.5	510
堵车前	16:40	0	0	0	0	10	10	1	4	5.5	930
堵车前	16:41	0	2	2	2	8	11	1	7	8.5	1290
堵车前	16:42	0	1	1	3	4	8.5	1	5	6.5	960
堵车中	16:43	0	1	1	1	8	9.5	0	3	3	810
堵车中	16:44	0	2	2	0	7	7	0	5	5	840
堵车中	16:45	0	3	3	0	4	4	1	6	7.5	870
堵车中	16:46	0	2	2	0	6	6	0	3	3	660
堵车中	16:47	0	3	3	1	9	10.5	0	6	6	1170
堵车中	16:48	0	2	2	0	8	8	0	5	5	900
堵车中	16:49	0	4	4	1	8	9.5	0	9	9	1350
堵车中	16:50	0	1	1	0	8	8	0	8	8	1020
堵车中	16:51	0	5	5	0	8	8	1	6	7.5	1230
堵车中	16:52	0	2	2	2	6	9	0	8	8	1140
堵车中	16:53	0	3	3	1	7	8.5	1	6	7.5	1140
堵车中	16:54	0	0	0	0	6	6	0	6	6	720
堵车中	16:55	0	1	1	0	7	7	0	3	3	660
堵车中	16:56	0	\	\	\	\	\	\	\	\	\
堵车中	16:57	0	\	\	\	\	\	\	\	\	\
堵车中	16:58	0	\	\	\	\	\	\	\	\	\
堵车中	16:59	0	2	2	2	4	7	0	8	8	1020
堵车中	17:00	0	\	\	\	\	\	\	\	\	\
堵车后	17:01	0	\	\	\	\	\	\	\	\	\
堵车后	17:02	0	\	\	\	\	\	\	\	\	\

对表 6 进行分析可得，事发路段上游平均车流量为 956.67 pcu/h 。

5.3.3 建立模型

本题仅考虑城市多车道路段某些车道被占用对道路通行能力的影响。由视频 1 可知

所研究的是一条双向三车道道路,并且交通事故所占用的车道为车道一和二。设上游车流量为 q_1 ，显然 $q_1 = 956.67 \text{ pcu} / \text{h}$ 。

1. 事发路段行程构成分析

本文所讨论的路段是指城市道路的基本区段，即为不受进出匝道交通的合流、分流及交织影响的路段；同时假设上游和下游的交通需求是不变的。

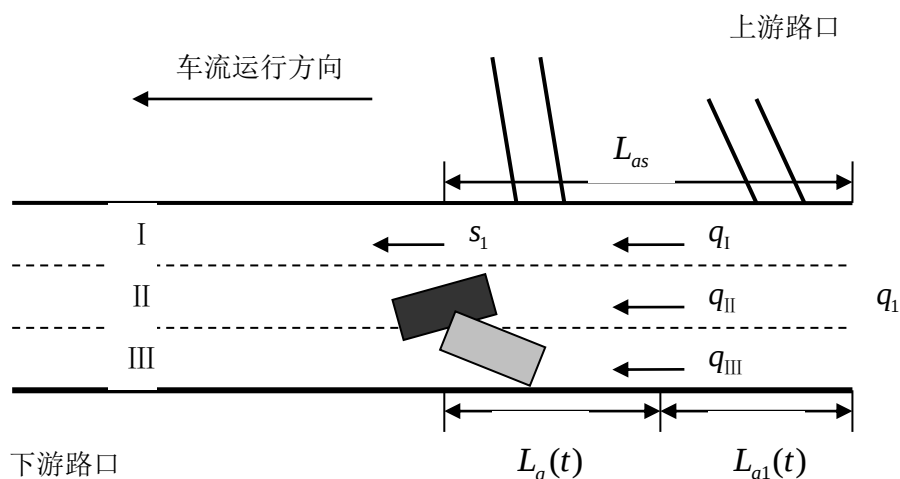


图 5 交通事故影响路段示意图

事故发生后在城市路上形成瓶颈点。图 5 为视频 1 中单向 3 车道的交通事故所占车道图。若上游的交通需求 q_1 小于瓶颈点的通行能力 s_1 ，那么上游的车辆以较低的速度通过瓶颈点，不会形成排队；若上游的交通需求大于瓶颈点的通行能力，就会在瓶颈处产生排队并向上游延伸。事发路段行程构成的分析可分为两种情形讨论。

情形 1 $q_1 < s_1$

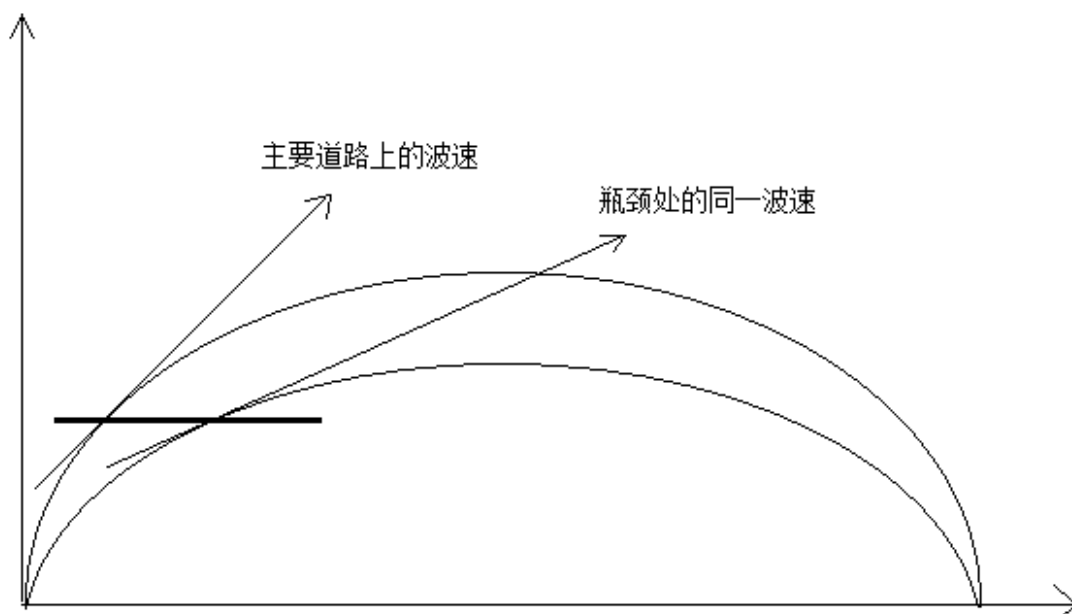


图 6 是瓶颈处的流量—密度曲线变化图

图 6 是瓶颈处的流量—密度曲线变化图，从图中可以看出，由于瓶颈点的通行能力降低，当上游的流量到达瓶颈处，密度增大，车速降低，行程时间相应增加。但由于 $q_1 < s_1$ ，因而不会形成排队。

情形 2 $q_1 > s_1$

当上游的交通需求大于瓶颈处的通行能力时，分析可以得出事发路段上的行程主要由 4 部分构成：假设 $L_{a1}(t)$ 为车辆在事故点上游行驶的长度， $L_a(t)$ 为车辆的排队长度， L_{as} 为瓶颈段距路段起点的距离， $L_{a2}(t)$ 为瓶颈段长度， $L_{a3}(t)$ 为车辆在瓶颈段下游行驶的长度。

分析题目所给的事故路段的具体情况，结合模型的应用条件，我们可以忽略视频中事故车辆所占车道的长度对整个事故影响路段车辆排队长度的影响，即认为瓶颈段长度 $L_{a2}(t) = 0$ ，同时，由于本题中所要分析的是交通事故所影响的路段车辆排队长度的影响因素，故瓶颈段下游行驶的长度也可不予考虑。

由上图 可以明显的看出， $L_a(t) = L_{as} - L_{a1}(t)$

2. 排队长度的确定

传统的排队论理论，只是单纯地采用需求流量与道路通行能力的关系来推算排队长度，就会因为忽略了车头间距和车流波动的影响而导致和实际出入较大。因此本文采用车流波动理论的方法确定事故点前的排队长度。

交通流理论中将相邻两种状态的交通流之间的界面称为“交通波”。当事故发生后，事故点的通行能力降低，如果上游的交通需求超过瓶颈点的通行能力，将出现一向后的返回波，当事故排除后，将出现“启动波”，同时尾部又有后续车辆到达，即还有返回波，两者同时存在，且都在向后运动。

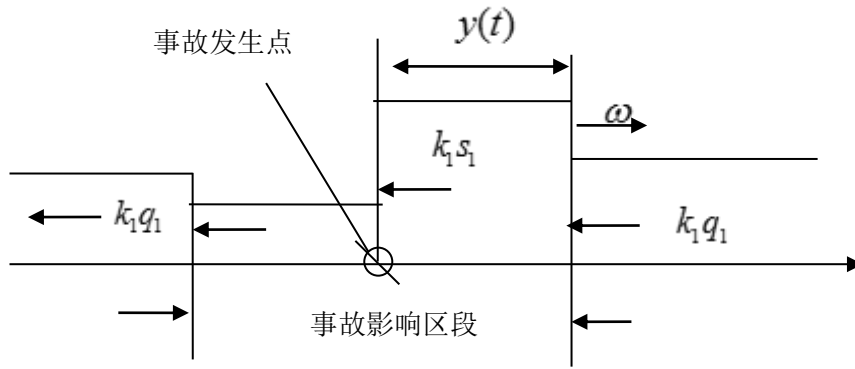


图 7 事故发生点交通波传播示意图

假设当交通事故发生后，本车道上游的需求车流量为 q_1 ，对应的密度为 k_1 ，瓶颈段的通行能力下降为 s_1 ，车流密度相应地上升为 k_{s1} 。故障排除后，排队车辆以饱和流率驶出，对应密度记为 k_2 。

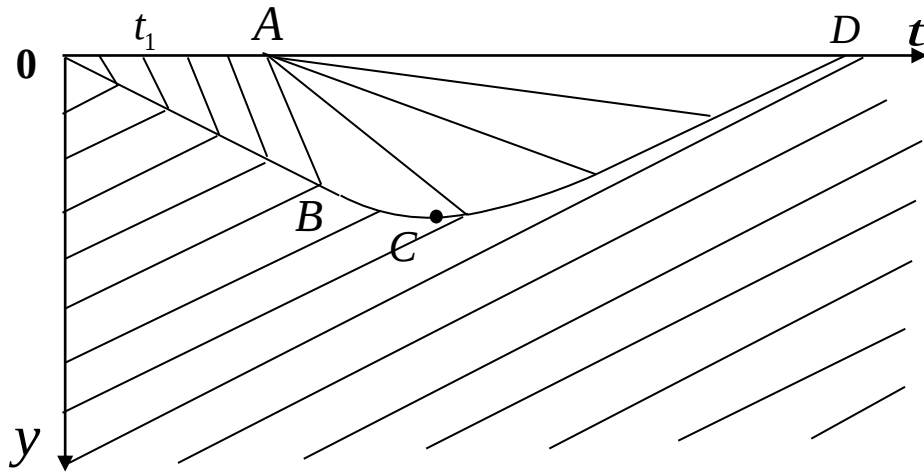


图 8 车流堵塞—消散过程的波形时—距图

$t=0$ 为事故发生时间， $y=0$ 表示事故发生点，车流阻塞—消散过程产生的波如图 8 所示，包括直线段 AB 和曲线段 BCD ， t_A 是事故排除时间。

上图 8 中 OB 为事故发生后，返回波的轨迹，波速为

$$\omega_{OB} = \frac{s_1 - q_1}{k_{s1} - k_1}$$

通过观测可确定流量和密度的关系模型，本文采用 GREENSHIELD 流密模型，并规定需求流量 q_1 属于高速低密的畅流态，而 s_1 属于低速高密的拥挤态，则

$$\omega_{OB} = v_f \left(1 - \frac{k_{s_1} + k_1}{k_j} \right)$$

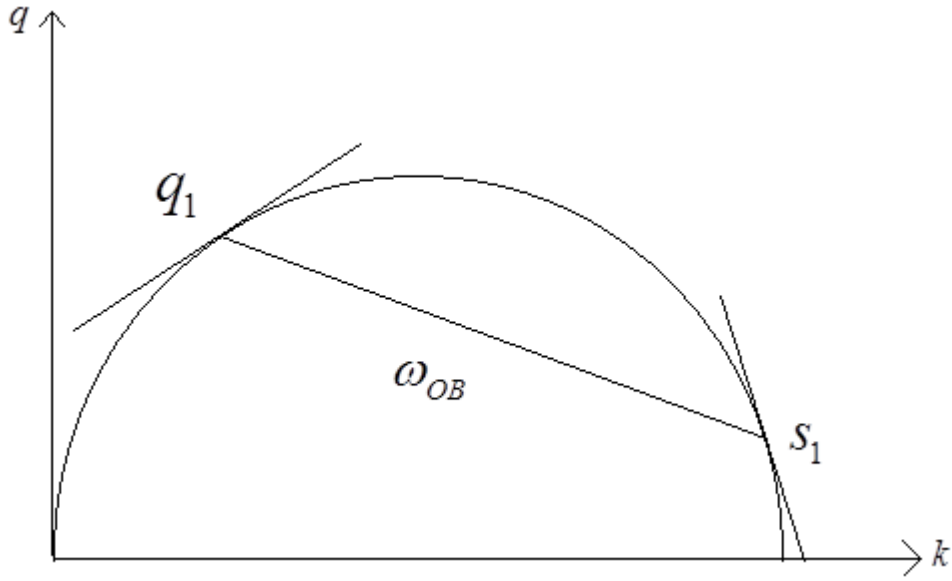


图 9 流—密关系曲线图

通过解三角形得出 t_B ，令 $h(k) = \frac{dq}{dk}$ ，则

$$\frac{y_B}{t_B} = -\omega_{OB}$$

$$\frac{y_B}{t_B - t_1} = -h(k_{s_1})$$

其中 t_1 为事故持续时间

由以上两式可得

$$t_B = \frac{h(k_{s_1})t_1}{h(k_{s_1}) - \omega_{OB}}$$

由于

$$h(k_{s_1}) = \left. \frac{dq}{dk} \right|_{k=k_{s_1}} = v_f \left(1 - \frac{2k_{s_1}}{k_j} \right)$$

因此

$$t_B = \frac{(k_j - 2k_{s_1})t_1}{k_1 - k_{s_1}}$$

$$\text{当 } 0 \leq t \leq t_B, \quad y(t) = -\omega_{OB} \cdot t = -v_f \left(1 - \frac{k_{s_1} + k_1}{k_j} \right) t$$

当 $t > t_B$ ，设 k_R 表示曲线段 BCD 上任意一点的交通流密度，则改点的波速为

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{(q_R - q_1)}{(k_R - k_1)} = \frac{v_f}{k_j}(k_j - k_1 - k_R)$$

又 $y_R = -h(k_R) \cdot (t - t_1) = -v_f(1 - 2\frac{k_R}{k_j}) \cdot (t - t_1)$ ，则

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{v_f}{2} + \frac{y}{2(t - t_1)} + \frac{v_f k_1}{k_j}$$

方程可转化为齐次微分方程，令 $T = t - t_1$ ，则

$$\frac{dy}{dT} = \frac{1}{2} \left[\frac{y}{T} - h(k_1) \right]$$

设 $y = \omega T$ ，可得曲线段 BCD 上任意一点的排队长度为

$$y_{BCD}(T) = \left[-h(k_{s_1}) + h(k_1) \right] (TT_B)^{\frac{1}{2}} - h(k_1)T$$

则

$$y_{BCD}(t) = \left[-h(k_{s_1}) + h(k_1) \right] \left[(t - t_1)(t_B - t_1) \right]^{\frac{1}{2}} - h(k_1)(t - t_1) \quad (3)$$

综上所述，车辆的排队长度随时间 t 变化的表达式为

$$L_a(t) = y(t) = \begin{cases} -v_f \left(1 - \frac{k_{s_1} + k_1}{k_j} \right) t & 0 \leq t \leq t_B \\ \left[-h(k_{s_1}) + h(k_1) \right] \left[(t - t_1)(t_B - t_1) \right]^{\frac{1}{2}} - h(k_1)(t - t_1) & t \geq t_B \end{cases} \quad (4)$$

3. 模型的求解

由文献[11]，交通流模型参数表为，在正常情况下 1 车道速—密公式为

$$v = 60 - 0.655k$$

根据《道路交通安全法实施条例》可知，同方向有两条以上机动车道的道路，城市道路限制的最高车速为每小时 60 公里，即自由流车速为： $v_j = 60 \text{ km/h}$

堵塞密度： $k_j = 110 \text{ pcu/km}$

经统计分析表中通过瓶颈断面的车流量的平均值，即上游需求流量为：

$$q_1 = 956.6 \text{ pcu}$$

事发路段上游车流密度 $k_1 = \frac{q_1}{v_j} = \frac{956.67}{60} \text{ pcu/km} = 15.94 \text{ pcu/km}$

瓶颈处车流密度 $k_{s1} = \frac{q_{s1}}{v_m} = \frac{983.3}{10.24} \text{ pcu/km} = 96 \text{ pcu/km}$

由此可计算出临界时间 $t_B = \frac{(k_j - k_{s1}) \cdot l}{k_1 - k_{s1}} = \frac{(110 - 96) \times 9.6}{15.94 - 96} = 19.2 \text{ s}$

$$\omega_{OB} = v_f \left(1 - \frac{k_{s1} + k_1}{k_j} \right) = 60 \times \left(1 - \frac{96 + 15.94}{110} \right) = 1.06 \text{ km/s}$$

故当 $0 \leq t \leq t_B$ 时, $y(t) = -\omega_{OB} \cdot t = 1.06t$

由以上计算结果可得

$$h(k_{s1}) = v_f \left(1 - \frac{2k_{s1}}{k_j} \right) = 60 \times \left(1 - \frac{2 \times 96}{110} \right) = -44.73 \text{ km/h}$$

$$h(k_1) = v_f \left(1 - \frac{2k_1}{k_j} \right) = 60 \times \left(1 - \frac{2 \times 15.94}{110} \right) = 42.63 \text{ km/h}$$

故当 $t > t_B$ 时

$$\begin{aligned} y(t) &= [-h(k_{s1}) + h(k_1)] \left[(t - t_1)(t_B - t_1) \right]^{\frac{1}{2}} - h(k_1)(t - t_1) \\ &= (44.73 + 42.6) \times [(t - 0.31)(0.32 - 0.31)]^{\frac{1}{2}} - 42.63 \times (t - 0.31) \\ &= 8.73\sqrt{t - 0.31} - 42.63 \times (t - 0.31) \end{aligned}$$

综上所述, 车辆的排队长度随时间 t 变化的表达式为

$$L_a(t) = y(t) = \begin{cases} 1.06t & 0 \leq t \leq 0.32 \\ 8.73\sqrt{t - 0.31} - 42.63(t - 0.31) & t \geq 0.32 \end{cases}$$

4. 模型的检验

4.1 可视化检验

以上仅仅推导出瓶颈处的车辆排队长度随时间变化的公式, 为了避免以偏概全, 我们要对影响事发路段车辆排队长度的三个因素进行综合分析, 拟合了三个影响因素随时间变化的曲线, 如图 10 所示:

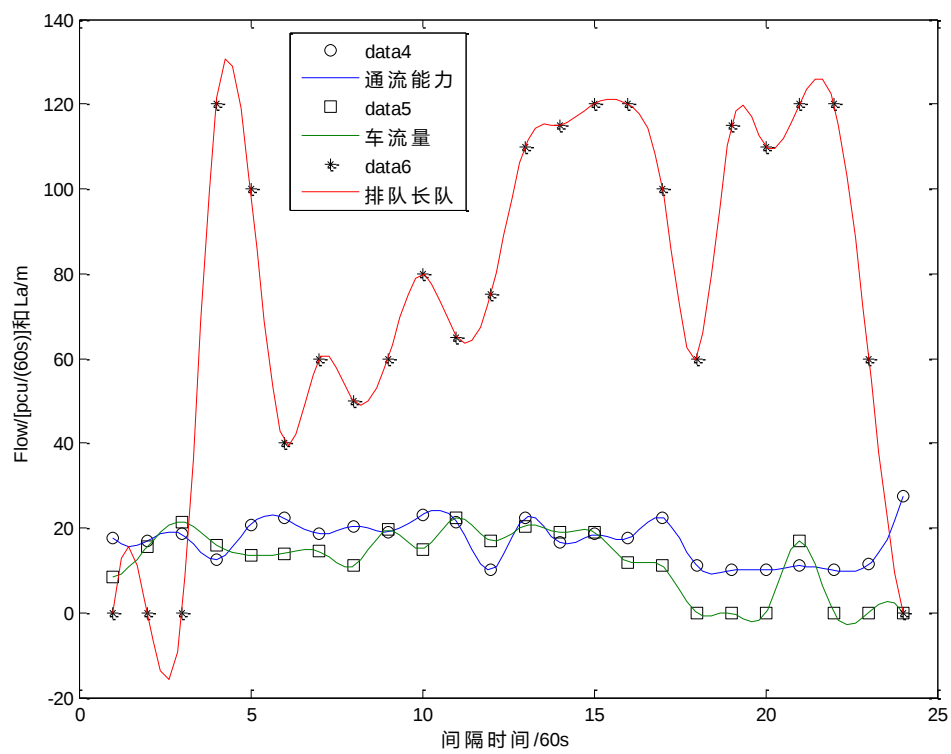
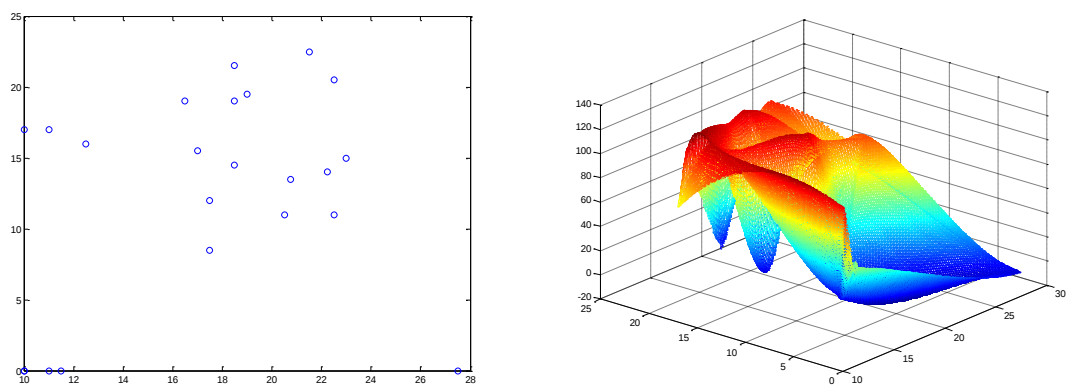


图 10 车辆排队长度、通过能力和上游车流量随时间变化曲线

我们还建立了所有影响因素的空间格局图，见图 11。



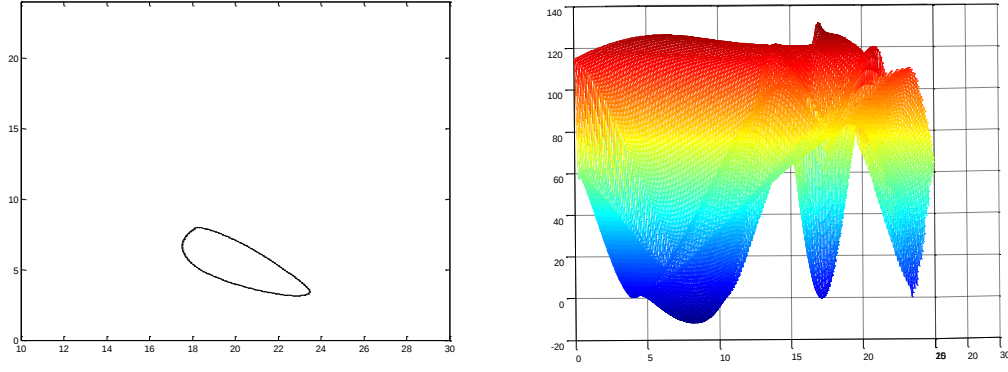


图 11 排队长度与各影响因素的三维网格分布图

从图 11 中可以看出，有些变化趋势是相似的，说明是车辆排队长度与事故断面实际通行能力、路段上游车流量是相关联的，但是两者对其影响的程度存在明显差异。并且我们不难发现，图中排队长度形成的三维曲面中存在着两处凹陷相对比较尖锐的部分，这也从侧面说明了外界干扰因素的存在。对于问题 3 而言，车辆排队长度与事故断面实际通行能力、路段上游车流量存在着较强的相关性。

4.2 最大值检验

将(3)式对时间求导： $\frac{dy_{BCD}}{dt} = 0$

可得最大排队长度所对应的时刻如下

$$t_m = \frac{[-h(k_{s_1}) + h(k_1)]^2 (t_B - t_1)}{4[h(k_1)]^2} + t_1 \quad (5)$$

进而可求得该时间段内的最大排队长度为

$$y_m = \frac{[-h(k_{s_1}) + h(k_1)]^2 (t_B - t_1)}{4[h(k_1)]^2} \quad (6)$$

将已知数据代入式(5)、(6)得

最大排队长度所对应的时刻 $t_m = 14.65s$

最大排队长度为 $y_m = 128.8m$

从可视化检验中车辆排队长度随时间变化的拟合曲线的走势可以大致看出，当时间 $t=15s$ 左右时，排队长度达到了一个 120 左右的峰值，由此可见我们所建立的模型估算出来的排队长度与实际观测的排队长度之间的误差很小，这与实际十分吻合，这也说明了我们的模型是合理的。

5.4 任务4的解决：假如视频1中交通事故所处横截面距离上游路口变为140米，路段下游需求不变，路段上游车流量1500pcu/h，事故发生时车辆初始排队长度为零，并且事故持续不撤离。试估算从事故发生开始，经过多长时间，车辆排队长度将到达上游路口。

5.4.1 问题分析及求解

分析可知，我们在问题3中所建立模型中的一些参数在该问题中变成了已知条件，如瓶颈断面与上游路口的距离 $L_{as}=140m$ ，路段上游车流量 $q_1=1500pcu/h$ ，事故持续不撤离也即事故持续时间 $t_1=\infty$ 。这样问题4就是求从事故发生开始，到车辆排队长度 L_a 达到140m所需要的时间。

在仔细分析问题3中所建的模型后，我们发现基于车流阻塞—消散过程的交通流波动理论的波形时—距图都有一个共性，即事故持续时间 t_1 总是小于线性结束时间 t_B ，也可以理解为当事故持续不撤离时，事发路段车辆排队长度总是线性变化的。

车辆排队长度随时间的变化的函数一个分段函数，当 $0 \leq t \leq t_B$ 时排队长度与时间成正比，而当 $t \geq t_B$ 时就随着时间呈现非线性变化。

因此当事故持续不撤离时，我们可以将各已知量代入 $0 \leq t \leq t_B$ 时排队长度的表达式来估算排队长度到达上游路口所需要的时间

考虑到事故所处横截面到上游路口距离的缩短对瓶颈处车流密度的影响，我们可以估计 $k_{s1} = \frac{q_{s1}}{v_m} = 150pcu/km$ ，而事发路段上游车流密度变为：

$$k_1 = \frac{q_1}{v_j} = \frac{1500}{60} pcu/km = 25pcu/km$$

$$\text{由问题3中模型可知 } y(t) = -\omega_{OB} \cdot t = \frac{s_1 - q_1}{k_{s1} - k_1} \cdot t$$

$$\text{即 } 0.14 = \frac{1250 - 150}{30 - 25} \cdot t$$

$$\text{解得 } t = 4.032 \text{ min}$$

估算出经过242s，车辆排队长度将到达上游路口。

六、模型分析与改进

6.1 模型的改进

在问题 3 的建模过程中，对于设定交通流量 q 是常值，且没有考虑红绿灯对上游交通流量的影响，希望做到如下改进：

1、因为车流量不仅与时间有关，而且与所处位置相关。

在公路上选定一个坐标原点，记做 $x=0$ ，以车流运动方向为 x 轴正向，于是公路上任一点用坐标 x 表示。

引入三个基本函数：

车流量 $q(x,t)$ ：时刻 t 单位时间内通过点 x 的车辆数。

车密度 $k(x,t)$ ：时刻 t 点 x 处单位长度内的车辆数。

车速度 $v(x,t)$ ：时刻 t 通过点 x 的车流速度。

类似于流体理论中流量、密度和速度之间的关系，上述三个基本函数之间的关系为

$$q(x,t) = v(x,t) \cdot k(x,t)$$

在车流量守恒的条件下，有

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

记 $h(k) = \frac{dq}{dk}$ ，得交通流守恒模型

$$\frac{\partial k}{\partial t} + h(k) \frac{\partial k}{\partial x} = 0, \quad q'(k) = h(k)$$

函数 $h(k) = \frac{dq}{dk}$ 通常可由实际数据拟合得到，一种较简单的模型是 *Greenshields* 模型：

$$h(k) = \frac{dq}{dk} = v_m \left(1 - \frac{2k}{k_m}\right)$$

其中 v_m 是最大车速， k_m 是最大密度

$$q = v_m k \left(1 - \frac{k}{k_m}\right)$$

由文献【10】，结合上述车流守恒方程，可得如下完整的考虑信号灯控制的交通流模型：

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} &= s(x,t) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + (v - c_0) \frac{\partial v}{\partial x} &= \Phi_e \frac{v_e - v}{T} \end{aligned}$$

其中 $s(x,t)$ 是流量产生率， Φ_e 为信号灯影响系数， $c_0 = \frac{\Delta}{\tau}$ 是小扰动的传播速度， Δ

是前后车之间的距离， τ 是扰动向后传播 Δ 距离所需要的时间， T 是车辆跟驰的延滞时间。红灯期间，小扰动传播速度为常数，而从绿灯启动到车流稳定这段时间里，信号灯附近的小扰动传播速度 c_0 与等于车流速度 v 。

数值计算时，应将上述方程中的动量方程进行分解，即

1) 红灯期间，上游车流的动量方程为

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = c_0 \frac{\partial v}{\partial x};$$

2) 从绿灯启动到车流稳定期间，信号灯附近的动量方程为

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{v_e - v}{T}$$

2、为了能更精确的刻画问题，我们应该将事故车辆占用车道数或车道宽度考虑进去，从而使模型更真实。

6.2 模型的评价

1. 优点:

(1)充分利用视频 1，通过对视频中数据的采集分析，合理的筛选了有效数据，提高了模型建立的准确性。

(2)该模型具有普遍性，适于推广到拥挤交通的排队长度。

(3)经检验，模型的吻合度较高。

2. 缺点:

(1)建模方法比较单一，排队长度问题没有建立多种方法进行比较。

(2)模型中变量的设置有待于进一步优化。

参考文献

- [1]孔惠惠,秦超,李新波,交通事故引起的排队长度及消散时间的估算[J],铁道传输与经济, 27(5): 65—67, 2005。
- [2]陈诚,谭满春,交通事故影响下事发路段交通流量变化分析[J],科学技术与工程, 11(28): 6904—6909, 2011。
- [3]李冬梅,李文权,通行能力的计算方法[J],河南大学学报, 32(2): 24—27, 2002。
- [4]陈佳,周涛,曾祥平,城市异常路段交通拥挤—消散分析[J],中国水运, 7(2): 63—64, 2007。
- [5]张海军,张钰,杨晓光,异常事件下高速道路交通状态的分析与仿真[J],交通运输工程学报, 8(2): 116—121, 2008。
- [6]周学农,排队长度模型比较及动态方法研究[J],交通运输系统工程与信息, 6(1): 91—95, 2006。
- [7]寿纪麟,数学建模—方法与范例[M],西安:西安交通大学出版社,1996。
- [8]邓敏,涂华荣,粟虹,城市占道施工对交通影响的分析[J],交通建设, 4(296): 45—46, 2013。
- [9]蔡锁章,数学建模原理与方法[M],北京:海洋出版社,2000。
- [10]唐铁桥,黄海军,考虑信号灯影响的交通流模型与数值模拟[J],物理学报, 57(1): 58—60, 2008。
- [11]臧华,彭国雄,高速道路异常状况下车辆排队长度的预测模型[J],交通与计算机, 3(21): 10—12, 2003。
- [12]姚荣涵,王殿海,基于二流理论的拥挤交通流当量排队长度模型[J],东南大学学报, 37(3): 521—526, 2007。
- [13]郭冠英,邹智军,道路堵塞时的车辆排队长度算法[J],中国公路学报, 11(3): 92—102, 1998。
- [14]姚荣涵,王殿海,拥挤交通流当量排队长度变化率模型[J],交通运输工程学报, 9(2): 93—99, 2009。
- [15]蒋璜,任福田,肖秋生,交通流理论[M],北京:人民交通出版社,1983。

八、附录

附录 1 利用 MATLAB 绘制中图形的程序汇总

```
1、 x=1:1:24; xi=linspace(1,24);
y1=[2,0,2,2,3.5,1.5,0,1,0,1,0,1,0,1,1,1,1,0,0,1,1,0,0,3];
y2=[13,12,14,8,14,17,16,17,16,20,19,6,20,15,17,15,17,10,8,6,8,9,9,22];
y3=[3,10,3,3,3,6,5,4,6,3,5,5,5,0,0,2,8,2,4,5,3,2,5,2];
y=[17.5,17,18.5,12.5,20.75,22.25,18.5,20.5,19,23,21.5,10,22.5,16.5,18.5,17.5,22.5,11,10,10,11,10,11.5,27.5];
y1i=spline(x,y1,xi);
y2i=spline(x,y2,xi);
y3i=spline(x,y3,xi);
yi=spline(x,y,xi);
plot(x,y1,'ko',xi,y1i,x,y2,'ks',xi,y2i,x,y3,'kd',xi,y3i,x,y,'k*',xi,yi)
xlabel('间隔时间/60s'),ylabel('Flow/[pcu/(60s)]')
```



```
2、 x=1:1:32; xi=linspace(1,32);
y1=[0,1,2,3,1,4,1,3,2,1,1,2,1,0,2,3,2,2,1,1,1,2,1,2,4,2,2,3,2,2,1,6];
y2=[18,22,10,23,15,19,20,16,16,19,23,18,14,19,18,11,17,22,20,19,17,16,21,18,15,17,15,13,17,18,20,33];
y3=[6,6,2,4,6,4,8,4,8,4,7,8,4,8,3,8,8,4,5,3,13,13,3,10,14,3,2,5,4,4,2,5];
y=[21,26.5,14,29.5,19.5,27,25.5,22.5,23,22.5,28,25,17.5,23,22.5,19.5,24,27,24,22,25,25.5,24,26,28,21.5,19,20,22,23,22.5,44.5];
y1i=spline(x,y1,xi);
y2i=spline(x,y2,xi);
y3i=spline(x,y3,xi);
yi=spline(x,y,xi);
plot(x,y1,'ko',xi,y1i,x,y2,'ks',xi,y2i,x,y3,'kd',xi,y3i,x,y,'k*',xi,yi)
xlabel('间隔时间/60s'),ylabel('Flow/[pcu/(60s)]')
```



```
3、 x=1:1:21; xi=linspace(1,21);
y=[17,12.5,20.75,22.25,18.5,20.5,19,23,21.5,10,22.5,16.5,18.5,17.5,22.5,11,10,10,11,10,27.5];
z=[21,26.5,14,29.5,19.5,27,22.5,22.5,25,17.5,22.5,24,27,22,25,24,28,21.5,20,23,44.5];
c=z-y;
yi=spline(x,y,xi);
zi=spline(x,z,xi);
ci=zi-yi;
plot(x,y,'k+',xi,yi,x,z,'kp',xi,zi,x,c,'r*',xi,ci)
hold on
y=0;
plot(y,'b-')
xlabel('间隔时间/60s'),ylabel('Flow/[pcu/(60s)]')
```

```

4、 x=1:1:24; xi=linspace(1,24);
y1=[17.5 17 18.5 12.5 20.75 22.25 18.5 20.5 19 23 21.5 10 22.5 16.5 18.5 17.5
22.5 11 10 10 11 10 11.5 27.5];
y2=[8.5 15.5 21.5 16 13.5 14 14.5 11 19.5 15 22.5 17 20.5 19 19 12 11 0 0 0 17
0 0 0];
y=[0 0 0 120 100 40 60 50 60 80 65 75 110 115 120 120 100 60 115 110 120 120
60 0];
yli=spline(x,y1,xi);
y2i=spline(x,y2,xi);
yi=spline(x,y,xi);
plot(x,y1,'ko',xi,yli,x,y2,'ks',xi,y2i,x,y,'k*',xi,yi)
xlabel('间隔时间/60s'),ylabel('Flow/[pcu/(60s)]和La/m ')

5、 x=[17.5 17 18.5 12.5 20.75 22.25 18.5 20.5 19 23 21.5 10 22.5 16.5 18.5 17.5
22.5 11 10 10 11 10 11.5 27.5];
y=[8.5 15.5 21.5 16 13.5 14 14.5 11 19.5 15 22.5 17 20.5 19 19 12 11 0 0 0 17
0 0 0];
plot(x,y,'o'); figure
z=[0 0 0 120 100 40 60 50 60 80 65 75 110 115 120 120 100 60 115 110 120 120
60 0];
xi=10:0.1:30; yi=[0:0.1:24]';
HI=griddata(x,y,z,xi,yi,'cubic');
mesh(xi,yi,HI);
view(-50,30);
figure
contour(xi,yi,HI,[-5,-5],'k')

```